165

$$\frac{2}{1-i}+\frac{1-i}{1+i}=\frac{2(1+i)+(1-i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2+2i+(-2i)}{2}=1 \text{ (réponse A)}$$

166

$A=\overline{\left(\frac{3+i}{1-i}\right)}=\frac{\overline{3+i}}{\overline{1-i}}=\frac{3-i}{1+i}$ (réponse D)
$A=\frac{(3-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{3-3i-i-1}{2}=1-2i$ (réponse C)

167

$B=(3+i)(1+i)-3(1+i)^2=(1+i)[(3+i)-3(1+i)]=(-2i)(1+i)$ (réponse C)
$B=-2i+2$ (réponse B)

169

Posons $z=x+iy$ où x et y sont des réels.
$z+3\overline{z}=(1+i)^2 \Leftrightarrow x+iy+3(x-iy)=2i \Leftrightarrow 4x-2iy=2i$
ce qui équivaut à $x=0$ et $y=-1$ car l'écriture algébrique d'un complexe est unique.
Ainsi, l'équation admet la seule solution $-i$. (réponse A)

170

Soit l'équation $4z^2-2z+1=0$
$\Delta=(-2)^2-4\times4\times1=-12$ de racines carrées $i\sqrt{12}$ et $-i\sqrt{12}$
Les deux solutions (conjuguées) sont $z'=\frac{2-2i\sqrt{3}}{2\times4}=\frac{1-i\sqrt{3}}{4}$
et $z''=\frac{1+i\sqrt{3}}{4}$.La réponse D ne convient pas.
$|z'|=|z''|=\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$
la réponse A ne convient pas.
Si les deux solutions étaient symétriques par rapport à 0, on aurait $z''=-z'$, ce qui n'est pas le cas. La réponse C ne convient pas.
La seule réponse possible est la réponse B.