1. (a) $u_1 \approx 4.333333333333333$ , $u2 \approx 5.888888888888889$ , $u3 \approx 6.925925925925926$
   $u4 \approx 7.617283950617284$ , $u5 \approx 8.078189300411523$ , $u6 \approx 8.385459533607683$
   $u7 \approx 8.590306355738456$ , $u8 \approx 8.726870903825638$ , $u9 \approx 8.817913935883759$.

   (b) Il semblerait que la suite $(u_n)$ soit croissante et majorée par 9.

2. Initialisation :
   $u_0 \leq 9$ est vrai
   Hérédité :
   Supposons que, pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, on ait $u_n \leq 9$.
   On doit prouver alors que $u_{n+1} \leq 9$.
   $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 3 \leq \frac{2}{3} \times 9 + 3$ d'après l'hypothèse de récurrence.
   Ceci implique $u_{n+1} \leq 9$.
   Conclusion :
   d'après le principe de récurrence, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n \leq 9$.

3. (a) $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{3}u_n + 3 - u_n = -\frac{1}{3}u_n + 3$
   Or, on sait que $u_n \leq 9$, alors $-\frac{1}{3}u_n \geq -\frac{1}{3}\times 9$, c'est-à-dire $-\frac{1}{3}u_n \geq -3$ et donc $u_{n+1} - u_n \geq 0$.

   (b) On en déduit que la suite $(u_n)$ est croissante.

4. La suite $(u_n)$ étant croissante et majorée, d'après le théorème de la convergence monotone, la suite $(u_n)$ converge.
   *(On rappelle que ce théorème ne donne pas la valeur de la limite, qui n'est pas nécessairement 9)*
   Remarque, la fonction $g : x \mapsto \frac{2}{3}x + 3$ étant continue sur $\mathbb{R}$, la limite $l$ vérifie $l = g(l)$, ce qui donnera $l = 9$.