$u_0 = 3$ et $u_{n+1} = -\dfrac{1}{3}u_n - 5$

1. $u_1 = -6$, $u_2 = -3$
2. Initialisation :

   $u_0 = 3$ est bien égal à $\dfrac{27}{4}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^0 - \dfrac{15}{4}$ qui vaut $\dfrac{12}{4}$

   Hérédité :

   on suppose que, pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} = \dfrac{27}{4}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^n - \dfrac{15}{4}$

   et on doit démontrer qu'alors $u_{n+2} = \dfrac{27}{4}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n+1} - \dfrac{15}{4}$.

   Par définition :
   $u_{n+1} = -\dfrac{1}{3}u_{n+1} - 5$
   D'après l'hypothèse de récurence :
   $u_{n+2} = -\dfrac{1}{3}\left[\dfrac{27}{4}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^n - \dfrac{15}{4}\right] - 5$
   $u_{n+2} = -\dfrac{27}{4}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n+1} + \dfrac{5}{4} - 5$
   $u_{n+2} = -\dfrac{27}{4}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n+1} - \dfrac{15}{4}$
   Conclusion :

   d'après le principe de récurrence, pour tout $\in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{27}{4}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^n - \dfrac{15}{4}$
3. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^n = 0$ car il s'agit d'une suite géométrique dont la raison $-\dfrac{1}{3}$ est comprise entre -1 et 1.

   On en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\dfrac{15}{4}$.